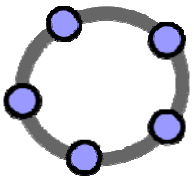
Hướng dẫn sử dụng

GeoGebra



Nguyễn Đình Bảo Khương

09/2008

Mục lục

Chương 1: GeoGebra là gì? 4

Chương 2: Nhập đối tượng hình học 4

2.1 Tổng quan 4
2.1.1 Menu ngữ cảnh 5
2.1.2 Hiện và Ẩn 5
2.1.3 Dấu vết 5
2.1.4 Phóng to / Thu nhỏ 5
2.1.5 Tỉ lệ trục 5
2.1.6 Cách dựng hình 6
2.1.7 Thanh công cụ dựng hình 6
2.1.8 Định nghĩa lại 6
2.1.9 Hộp thoại Thuộc tính 6
2.2 Công cụ 6
2.2.1 Các công cụ cơ bản 7
2.2.2 Điểm 8
2.2.3 Vec-tơ 9
2.2.4 Đoạn thẳng 9
2.2.5 Tia 9
2.2.6 Đa giác 9
2.2.7 Đường thẳng 9
2.2.8 Đường Conic 10
2.2.9 Cung tròn và hình quạt 11
2.2.10 Số và Góc 11
2.2.11 Boolean 12
2.2.12 Quỹ tích 12
2.2.13 Các phép biến đổi hình học 13
2.2.14 Chữ 13
2.2.15 Ảnh 14
2.2.16 Các thuộc tính của ảnh 14

Chương 3: Nhập đối tượng đại số 15

3.1 Tổng quan 15
3.1.1 Thay đổi các giá trị 16
3.1.2 Minh họa 16
3.2 Nhập trực tiếp 16
3.2.1 Số và Góc 16
3.2.2 Điểm và Vec-tơ 17
3.2.3 Đường thẳng 17
3.2.4 Đường Conic 18
3.2.5 Hàm số f(x) 18
3.2.6 Danh sách các đối tượng 18
3.2.7 Các toán tử số học 19
3.2.8 Biến số Bool 20
3.2.9 Toán tử Bool 20
3.3 Các lệnh 20
3.3.1 Các lệnh cơ bản 21
3.3.2 Các lệnh logic (Boolean) 21
3.3.3 Giá trị 21
3.3.4 Góc 23
3.3.5 Điểm 23
3.3.6 Vec-tơ 24
3.3.7 Đoạn thẳng 25
3.3.8 Tia 25
3.3.9 Đa giác 25
3.3.10 Đường thẳng 25
3.3.11 Đường Conic 26

3.3.12 Hàm số 27
3.3.13 Đường cong tham số 27
3.3.14 Cung và Hình quạt 28
3.3.15 Ảnh 28
3.3.16 Quỹ tích 28
3.3.17 Dãy số 29
3.3.18 Các phép biến đổi hình học 29
Chương 4: Các ví dụ 31
4.1 Tam giác theo các góc 31
4.2 Phương trình tuyến tính y = m x + b 31
4.3 Trọng tâm của tam giác ABC 31
4.4 Chia đoạn thẳng AB theo tỉ lệ 7:3 32
4.5 Hệ phương trình tuyến tính theo hai biến x, y 32
4.6 Tiếp tuyến của hàm số f(x) 33
4.7 Tính toán với hàm đa thức 33
4.8 Tích phân 34

Chương 1: GeoGebra là gì?

GeoGebra là một phần mềm toán học kết hợp hình học, đại số và vi tích phân. Chương trình được phát triển cho việc dạy toán trong các trường học bởi Markus Hohenwarter tại Đại học Florida Atlantic.

Một mặt, GeoGebra là một hệ thống hình học động. Bạn có thể dựng hình theo điểm, vec-tơ, đoạn thẳng, đường thẳng, đường conic, cũng như đồ thị hàm số, và có thể thay đổi chúng về sau.

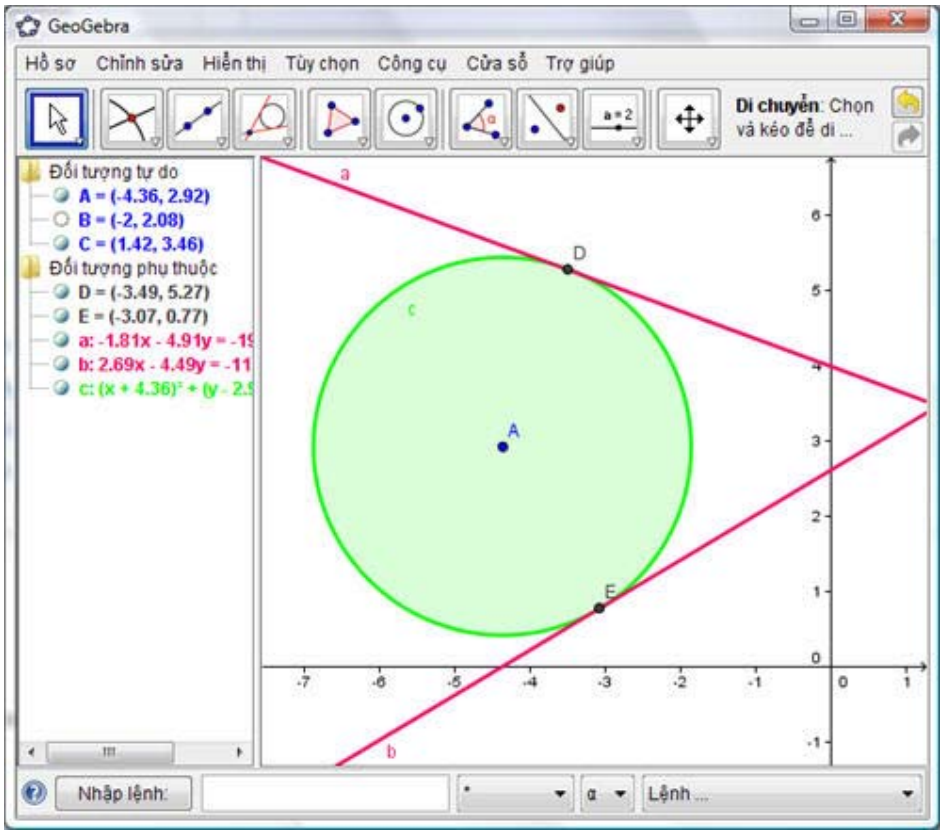
Mặt khác, phương trình và tọa độ có thể được nhập vào trực tiếp. Do đó, GeoGebra có thể làm việc với nhiều loại biến số như số, vec-tơ, và điểm, tìm đạo hàm, tích phân của hàm số, và cung cấp các lệnh như *Nghiệm* hoặc *Cực trị*.

Có 2 chế độ hiển thị đặc trưng trong GeoGebra: một biểu thức trong cửa sổ đại số tương đương với một đối tượng trong trong cửa sổ hình học và ngược lại.

Chương 2: Nhập đối tượng hình học

Trong chương này chúng ta sẽ tìm hiểu cách sử dụng chuột để tạo và sửa đổi các đối tượng trong GeoGebra.

2.1 Tổng quan



Cửa sổ hình học (*vùng làm việc ở* bên phải) hiển thị dạng hình học của các điểm, vec-tơ, đoạn thẳng, đa giác, hàm số, đường thẳng, đường conic. Mỗi khi ta trỏ chuột lên các đối tượng này, đối tượng sẽ được tô sáng và xuất hiện một chú thích kế bên đối tượng.

Ta có thể dùng chuột để vẽ nhiều loại đối tượng trong vùng làm việc (xem Công cụ).

Ví dụ: nhấp chuột lên vùng làm việc để vẽ điểm mới (xem Điểm mới), tìm giao điểm (xem Giao điểm của 2 đối tượng), hoặc vẽ hình tròn (xem Hình tròn).

Ghi chú: Nhấp đúp chuột lên một đối tượng trong cửa sổ đại số để có thể chỉnh sửa đối tượng đó.

2.1.1 Menu ngữ cảnh

Khi nhấp phải chuột lên một đối tượng sẽ hiện ra một menu ngữ cảnh để bạn có thể: chọn các thuộc tính đại số (tọa độ cực hoặc tọa độ Đề-các, ẩn hoặc hiện các phương trình…), *Đổi tên*, *Chỉnh sửa*, *Xóa*.

Chọn *Thuộc tính* trong menu ngữ cảnh sẽ hiện ra một cửa sổ để bạn có thể thay đổi mày sắc, kính thước, độ dày đường thẳng, kiểu đường thẳng, màu nền của đối tượng.

2.1.2 Hiện và Ẩn

Các đối tương hình học có thể được hiển thị (hiện) hoặc ẩn đi (ẩn). Sử dụng nút *Hiện / ẩn đối tượng* hoặc Menu ngữ cảnh. Biểu tượng bên trái đối tượng trong của sổ đại số cho chúng ta biết được tình trạng của đối tượng ("hiện" hoặc "ẩn").

Ghi chú: Bạn cũng có thể sử dụng *Chọn để hiện hoặc ẩn đối tượng* để hiện / ẩn một hoặc nhiều đối tượng.

2.1.3 Dấu vết

Các đối tượng hình học có thể để lại vết của chúng trên màn hình khi di chuyển. Sử dụng Menu ngữ cảnh để mở hoặc tắt dấu vết.

Ghi chú: Chức năng *Làm tươi chế độ hiển thị* trong menu *Hiển thị* sẽ xóa sạch hết các dấu vết.

2.1.4 Phóng to / Thu nhỏ

Khi nhấp chuột phải lên vùng làm việc, một menu ngữ cảnh sẽ xuất hiện cho phép bạn phóng to (xem thêm Phóng to) hoặc thu nhỏ (xem thêm Thu nhỏ) vùng làm việc.

Ghi chú: Để phóng to một vùng xác định nào đó, nhấp phải chuột lên vùng làm việc và kéo chọn vùng đó.

2.1.5 Tỉ lệ trục

Nhấp phải chuột lên vùng làm việc và chọn *Thuộc tính* để hiện ra menu ngữ cảnh và bạn có thể:

- Thay đổi tỉ lệ giữa trục x và trục y
- Ẩn / hiện từng hệ trục riêng lẻ
- Thay đổi kiểu hiển thị trục (kiểu đánh dấu khoảng chia, màu sắc, kiểu đường thẳng)

2.1.6 Cách dựng hình

Cách dựng hình tương tác (*Hiển thị*, *Cách dựng hình*) là bảng hiển thị các bước dựng hình. Bạn có thể sử dụng thanh công cụ dựng hình nằm ở phía dưới cửa sổ để thực hiện lại từng bước dựng hình cũng như thêm và thay đổi trình tự các bước dựng hình. Vui lòng tìm hiểu chi tiết trong phần trợ giúp của *Cách dựng hình*.

Ghi chú: Sử dụng *Điểm dừng* trong menu *Hiển thị* bạn có thể định nghĩa chính xác các bước dựng hình như là điểm dừng. Bạn có thể tạo điểm dừng trong quá trình dựng hình để qui nhóm các đối tượng. Khi xem qua quá trình dựng hình bằng thanh công cụ dựng hình, các nhóm hình (đối tượng) cũng được thể hiện cùng lúc.

2.1.7 Thanh công cụ dựng hình

GeoGebra cung cấp thanh công cụ dựng hình để bạn có thể xem qua các bước dựng hình. Chọn *Thanh công cụ dựng hình* trong *Hiển thị* để hiển thị thanh công cụ dựng hình ở phía dưới vùng làm việc.

2.1.8 Định nghĩa lại

Sử dụng menu ngữ cảnh của đối tượng để *định nghĩa lại* đối tượng đó. Đây là một cách hữu ích để thay đổi hình sau khi vẽ. Bạn có thể chọn nút *Di chuyển* và nhấp đúp chuột lên đối tượng phụ thuộc trong cửa sổ đại số để mở hộp thoại *Định nghĩa lại*.

Ví dụ: Để chuyển một điểm *A* bất kỳ vào đường thẳng *h*, chọn *Định nghĩa lại* cho điểm A và nhập vào hộp thoại Diem[h]. Để gỡ bỏ điểm A ra khỏi đường thẳng, *định nghĩa lại* điểm A và nhập vào một tọa độ bất kỳ.

Ví dụ khác: Biến đổi đường thẳng *h* qua 2 điểm A, B thành đoạn thẳng AB. Chọn *Định nghĩa lại* và nhập vào hộp thoại DoanThang[A, B].

Định nghĩa lại là một công cụ linh hoạt để thay đổi hình vẽ. Nên nhớ rằng nó cũng làn thay đổi thứ tự các bước dựng hình trong Cách dựng hình.

2.1.9 Hộp thoại Thuộc tính

Hộp thoại thuộc tính cho phép bạn thay đổi thuộc tính của đối tượng (màu sắc, kiểu đường thẳng). Bạn có thể mở hộp thoại bằng chác nhấp phải chuột lên đối tượng và chọn *Thuộc tính*, hoặc chọn *Thuộc tính* trong menu *Chỉnh sửa*.

Trong hộp thoại, các đối tượng được xếp theo loại (điểm, đường thẳng, đường tròn) để bạn có thể thao tác dễ dàng với nhiều đối tượng. Bạn có thể thay đổi các thuộc tính của đối tượng được chọn trong các thẻ ở khung bên phải.

2.2 Công cụ

Các công cụ dưới đây nằm trên thanh công cụ. Nhấn vào mũi tên nhỏ ở góc dưới bên phải của một biểu tượng trên thanh công cụ để hiện ra các công cụ khác.

Ghi chú: Với tất cả các công cụ dựng hình, bạn đều có thể dễ dàng tạo điểm mới bằng cách nhấp chuột lên vùng làm việc.

Chọn một đối tượng
Để chọn một đối tượng,*nhấp chuột lên đối tượng đó*.

Đổi tên đối tượng
Để đổi tên một đối tượng, chỉ cần nhập tên mới vào hộp thoại *Đổi tên* của đối tượng đó.

2.2.1 Các công cụ cơ bản

Di chuyển
Bạn có thể sử dụng chuột để kéo và thả các đối tượng tự do. Khi bạn nhấp chọn một đối tượng trong công cụ *Di chuyển*, bạn có thể:

- Xóa đối tượng bằng nút *Del*
- Di chuyển đối tượng bằng các phím mũi tên (xem Minh họa)

Ghi chú: Ấn phím *Esc* cũng có thể chuyển sang công cụ *Di chuyển*.

Ấn giữ phím *Ctrl* để chọn nhiều đối tượng cùng lúc.
hoặc
Ấn giữ nút trái chuột và kéo chọn một vùng hình chữ nhật đi qua các đối tượng cần chọn. Sau đó bạn có thể di chuuyển các đối tượng này bằng cách dùng chuột kéo một trong số đó.

Xoay đối tượng quanh 1 điểm
Chọn tâm xoay trước. Sau đó, dùng chuột chọn đối tượng và xoay.

Quan hệ giữa 2 đối tượng
Chọn 2 đối tượng để biết quan hệ của 2 đối tượng đó (có thể xem thêm câu lệnh Quan hệ).

Di chuyển vùng làm việc
Nhấn giữ nút trái chuột và kéo vùng làm việc để di chuyển hệ trục tọa độ.
Ghi chú: Bạn có thể ấn giữ phím *Ctrl* và kéo chuột để di chuyển vùng làm việc.
Với công cụ này, bạn có thể dùng chuột để kéo giãn từng trục tọa độ.
Ghi chú: Khi đang sử dụng các công cụ khác, bạn có thể kéo giãn trục tọa độ bằng cách ấn giữ phím *Shift* (hoặc *Ctrl*) và dùng chuột kéo trục tọa độ.

Phóng to
Nhấp chuột lên vùng làm việc để phóng to (xem thêm Phóng to / Thu nhỏ)

Thu nhỏ
Nhấp chuột lên vùng làm việc để thu nhỏ (xem thêm Phóng to / Thu nhỏ)

Hiện / Ẩn đối tượng
Nhấp chọn đối tượng để hiển thị hay ẩn đối tượng đó.

Ghi chú: Các đối tượng khi bạn ẩn sẽ được tô sáng. Các thay đổi sẽ được áp dụng ngay khi bạn chuyển qua công cụ khác.

Hiện / Ẩn tên

Nhấp chọn đối tượng để hiển thị hay ẩn tên của đối tượng đó.

Sao chép kiểu hiển thị

Công cụ này cho phép bạn sao chép các thuộc tính bên ngoài (màu sắc, kích thước, kiểu đường thẳng) của một đối tượng cho nhiều đối tượng khác. Trước tiên, chọn đối tượng nguồn để sao chép thuộc tính. Sau đó, nhấn chọn các đối tượng đích để áp dụng các thuộc tính này vào.

Xóa đối tượng

Nhấn chọn đối tượng mà bạn muốn xóa.

2.2.2 Điểm

Điểm mới

Nhấn chuột lên vùng làm việc để vẽ một điểm mới.

Ghi chú: Khi ta nhả nút trái chuột ra, tọa độ điểm sẽ được cố định.

Bằng cách nhấp chuột lên đoạn thẳng, đường thẳng, đa giác, đường conic, đồ thị hàm số hoặc đường cong, bạn sẽ tạo một điểm trên đối tượng đó (xem thêm lệnh Điểm). Nhấp lên nơi giao nhau của 2 đối tượng sẽ tạo giao điểm của 2 đối tương này (xem thêm lệnh Giao điểm).

Giao điểm của 2 đối tượng

Giao điểm của hai đối tượng có thể được xác định theo 2 cách. Nếu bạn…

- Đánh dấu hai đối tượng: xác định tất cả các giao điểm của hai đối tượng (nếu có).
- Nhấp chuột vào nơi giao nhau của hai đối tượng: chỉ xác định một giao điểm tại đó.

Đối với đoạn thẳng, tia, cung tròn, chỉ định có *lấy giao điểm ở xa* hay không (xem Hộp thoại thuộc tính). Tính năng này có thể dùng để lấy giao điểm nằm trên phần kéo dài của đối tượng. Ví dụ, phần kéo dài của một đoạn thẳng hoặc một tia là một đường thẳng.

Trung điểm hoặc tâm điểm

Nhấp chọn...

- Hai điểm để xác định trung điểm.
- Đoạn thẳng để xác định trung điểm.
- Đường conic để xác định tâm.

2.2.3 Vec-tơ

Vec-tơ qua 2 điểm

Xác định điểm gốc và điểm ngọn của vec-tơ.

Vec-tơ qua 1 điểm

Xác định một điểm *A* và một vec-tơ *v* để vẽ điểm *B* = *A* + *v* và vec-tơ từ *A* đến *B*.

2.2.4 Đoạn thẳng

Đoạn thẳng

Xác định 2 điểm *A* và *B* để vẽ đoạn thẳng AB. Chiều dài của doạni thẳng AB sẽ được hiển thị trong cửa sổ đại số.

Đoạn thẳng với độ dài cho trước

Nhấp chọn điểm A và nhập vào hộp thoại hiện ra chiều dài đoạn thẳng.

Ghi chú: Đoạn thẳng AB có độ dài a và chỉ có thể quay quanh điểm A với công cụ *Di chuyển*

2.2.5 Tia

Tia đi qua 2 điểm

Xác định 2 điểm *A* và *B* để vẽ một tia từ điểm *A* và đi qua điểm *B*. Phương trình của đường thẳng ứng với tia AB sẽ được hiển thị trong cửa số đại số.

2.2.6 Đa giác

Đa giác

Xác định ít nhất 3 điểm đỉnh của đa giác. Sau đó, nhấp chọn trở lại điểm đầu tiên để đóng đa giác lại. Diện tích của đa giàc sẽ được hiển thị trong cửa sổ đại số.

Đa giác đều

Xác định 2 điểm *A*, *B* và nhập vào hộp thoại xuất hiện một số *n* để vẽ một đa giác đều *n* đỉnh (bao gồm cả *A* và *B*).

2.2.7 Đường thẳng

Đường thẳng

Xác định 2 điểm *A* và *B* để vẽ đường thẳng qua *A* và *B*. Hướng của vec-tơ chỉ phương là (*B* - *A*).

Đường song song

Chọn đường thẳng *g* và điểm *A* để vẽ đường thẳng qua *A* và song song *g*. Hướng của đường thẳng là hướng của đường thẳng *g*.

Đường vuông góc

Xác định đường thẳng *g* và một điểm *A* để vẽ một đường thẳng qua *A* và vuông góc với *g*. Hướng của đường vuông góc là hướng của vec-tơ pháp tuyến (xem thêm lệnh VectoPhapTuyen) của g.

Đường trung trực

Xác định đoạn thẳng *s* hoặc 2 điểm *A*, *B* để vẽ đường trung trực của đoạn thẳng *AB*. Hướng của đường trung trực là hướng của vec-tơ pháp tuyến (xem thêm lệnh VectoPhapTuyen) của đoạn thẳng s hoặc AB.

Đường phân giác

Đường phân giác của một góc có thể được xác định theo 2 cách:

- Xác định 3 điểm *A*, *B*, *C* để vẽ đường phân giác của góc ABC, B là đỉnh.
- Xác định 2 cạnh của góc.

Ghi chú: Vec-tơ chỉ phương của đường phân giác có độ dài là 1.

Tiếp tuyến

Tiếp tuyến của đường conic có thể được xác định theo 2 cách:

- Xác định điểm *A* và đường conic *c* để vẽ tất cả các tiếp tuyến qua *A* và tiếp xúc với *c*.
- Xác định đường thẳng *g* và đường conic *c* để vẽ tất cả các tiếp tuyến của *c* song song với *g*.

Chọn điểm *A* và hàm số *f* để vẽ tiếp tuyến của hàm *f* tại *x* = *x(A)*.

Đường đối cực hoặc đường kính kéo dài

Công cụ này sẽ vẽ đường đối cực hoặc đường kính kéo dài của đường conic. Bạn có thể :

- Chọn 1 điểm và 1 đường conic để vẽ đường đối cực.
- Chọn 1 đường thẳng hoặc 1 vec-tơ và 1 đường conic để vẽ đường kính kéo dài.

2.2.8 Đường Conic

Đường tròn khi biết tâm và 1 điểm trên đường tròn

Chọn điểm *M* và điểm *P* để vẽ đường tròn tâm *M* và qua *P*. Bán kính đường tròn là *MP*.

Đường tròn khi biết tâm và bán kính

Sau khi chọn tâm *M*, sẽ xuất hiện một hộp thoại, hãy nhập độ dài bán kính vào.

Đường tròn qua 3 điểm

Chọn 3 điểm *A*, *B*, and *C* để vẽ đường tròn qua 3 điểm. Nếu 3 điểm thẳng hang thì đường tròn sẽ suy biến thành đường thẳng.

Đường Conic qua 5 điểm

Chọn 5 điểm để vẽ một đường conic qua 5 điểm đó.

Ghi chú: Nếu 4 trong 5 điểm thẳng hàng, thì sẽ không vẽ được đường conic.

2.2.9 Cung tròn và hình quạt

Ghi chú: Giá trị đại số của cung chính là độ dài của cung. Giá trị của hình quạt là diện tích của hình quạt.

Hình bán nguyệt

Chọn 2 điểm *A* và *B* để vẽ hình bán nguyệt qua đoạn thẳng *AB*.

Cung tròn khi biết tâm và 2 điểm trên cung tròn

Chọn 3 điểm *M*, *A*, và *B* để vẽ một cung tròn có tâm *M*, và 2 điểm đầu mút *A*, *B*.

Ghi chú: Điểm *B* không nằm trên dây cung.

Hình quạt khi biết tâm và 2 điểm trên hình quạt

Chọn 3 điểm *M*, *A*, và *B* để vẽ một hình quạt có tâm *M*, và 2 điểm đầu mút *A*, *B*.

Ghi chú: Điểm *B* không nằm trên dây cung.

Cung tròn qua 3 điểm

Chọn 3 điểm để vẽ một cung tròn qua 3 điểm.

Hình quạt qua 3 điểm

Chọn 3 điểm để vẽ một hình quạt qua 3 điểm.

2.2.10 Số và Góc

Khoảng cách hay chiều dài

Công cụ này sẽ xác định khoảng cách giữa 2 điểm, 2 đường thẳng, hoặc 1 điểm và 1 đường thẳng. Công cụ này cũng cho ta biết được chiều dài của một đường thẳng, một cung tròn.

Diện tích

Công cụ này cho phép bạn tính diện tích của một hình đa giác, hình tròn, e-lip.

Hệ số góc

Công cụ này cho phép bạn tính hệ số góc của một đường thẳng.

Con trượt

Ghi chú: Trong GeoGebra, con trượct là minh họa hình học của một giá trị (số) tự do hoặc một góc tự do.

Nhấp chuột tại bất kỳ nơi nào trên vùng làm việc để tạo một con trượt cho một số tự do hoặc một góc tự do. Một cửa sổ mới sẽ xuất hiện cho bạn biết tên, khoảng *[min, max]* của số hoặc góc, và bề rộng của con trượt (theo pixel).

Ghi chú: Bạn có thể dễ dàng tạo một con trượt cho một giá trị (số) tự do hoặc một góc tự do đã có bằng cách hiển thị đối tượng đó (xem Menu ngữ cảnh; xem công cụ Hiện / Ẩn đối tượng).

Có thể cố định vị trí của con trượt trên màn hình hoặc với tương quan với hệ trục tọa độ (xem Hộp thoại thuộc tính cho số và góc tương ứng).

Góc

Công cụ này sẽ vẽ …

- Góc với 3 điểm cho trước
- Góc với 2 đoạn thẳng cho trước
- Góc với 2 đường thẳng cho trước
- Góc với 2 vec-tơ cho trước
- Các góc trong của đa giác

Tất cả các góc sẽ được giới hạn độ lớn từ 0 đến 180°. Nếu bạn muốn hiển thị *góc đối xứng*, chọn *Góc đối xứng* trong *Hộp thoại thuộc tính*.

Góc với độ lớn cho trước

Chọn 2 điểm *A*, *B* và nhập vào hộp thoại độ lớn của góc. Công cụ này sẽ tạo một điểm *C* và một góc α, với α là góc ABC.

2.2.11 Boolean

Hộp chọn hiện / ẩn đối tượng

Nhấn chuột lên vùng làm việc để tạo một hộp chọn để hiện hoặc ẩn nhiều đối tượng, Trong cửa sổ hiện ra, bạn có thể chỉ định đối tượng nào sẽ bị tác động bởi hộp chọn.

2.2.12 Quỹ tích

Quỹ tích

Xác định một điểm muốn vẽ quỹ tích (*B*) phụ thuộc vào một điểm khác (*A*). Sau đó nhấp chuột vào điểm *A*.

Ghi chú: Điểm *B* phải là một điểm trên một đối tượng (như: đường thẳng, đoạn thẳng, đường tròn).

Ví dụ:

- Nhập f(x) = x^2 – 2 x – 1 vào khung nhập lệnh.
- Vẽ một điểm *A* trên trục *x* (xem Điểm mới; xem lệnh Điểm).
- Vẽ điểm B = (x(A), f'(x(A))), điểm B phụ thuộc vào điểm *A*.
- Chọn công cụ *Quỹ tích* và nhấp chọn lần lượt lên điểm *B* và điểm *A*.
- Kéo điểm *A* dọc theo trục *x* để thấy điểm *B* di chuyển theo đường quỹ tích của nó.

2.2.13 Các phép biến đổi hình học

Các phép biến đổi hình học cho điểm, đường thẳng, đường conic, đa giác, ảnh.

Đối xứng qua tâm

Đầu tiên, chọn đối tượng cần lấy đối xứng, Sau đó, nhấp chọn điểm sẽ làm tâm đối xứng.

Đối xứng qua trục

Đầu tiên, chọn đối tượng cần lấy đối xứng, Sau đó, nhấp chọn đường thẳng sẽ làm trục đối xứng.

Xoay đối tượng quanh tâm theo một góc

Đầu tiên, chọn đối tượng cần xoay. Kế tiếp, nhấp chọn điểm sẽ làm tâm xoay. Sau đó, một hộp thoại sẽ xuất hiện để bạn nhập góc quay vào.

Tịnh tiến theo vec-tơ

Đầu tiên, chọn đối tượng cần tịnh tiến. Sau đó, chọn vec-tơ tịnh tiến.

Thay đổi hình dạng kích thước theo tỉ lệ

Đầu tiên, chọn đối tượng cần thay đổi hình dạng kích thước.Kế tiếp, chọn điểm làm tâm co giãn. Sau đó, một hộp thoại sẽ xuất hiện để bạn nhập hệ số tỉ lệ co giãn vào.

2.2.14 Chữ

Chữ

Với công cụ này bạn có thể tạo văn bản (như: ghi chú, chú thích) hoặc các công thức LaTeX trong cửa sổ hình học.

- Nhấp chuột lên vùng làm việc để tạo một khung nhập văn bản tại vị trí này.
- Nhấp chuột lên một điểm để tạo một khung nhập văn bản, vị trí của khung nhập sẽ phụ thuộc vị trí của điểm này (khi di chuyển điểm thì vị trí của khung cũng di chuyển theo).

Sau đó, một hộp thoại sẽ xuất hiện để bạn nhập nội dung văn bản vào.

Ghi chú:: Có thể sử dụng các giá trị của đối tượng để tạo văn bản động.

Nhập vào	Mô tả
"Đây là văn bản"	văn bản tĩnh
"Điểm A = " + A	văn bản động sử dụng giá trị của điểm *A*
"a = " + a + "cm"	văn bản động sử dụng giá trị của đoạn thẳng *A*

Vị trí của văn bản sẽ được cố định trên màn hình hoặc liên hệ với hệ trục tọa độ (xem Thuộc tính của văn bản).

Công thức LaTeX

Với GeoGebra bạn có thể viết các công thức toán học. Để thực hiện, bạn nhấn chọn tại hộp chọn *Công thức LaTeX* trong hộp thoại văn bản để nhập công thức toán học theo cú pháp LaTeX.

Dưới đây là một vài cú pháp LaTeX quan trọnng. Để biết thêm, vui lòng xem qua các tài liệu về LaTeX.

Cú pháp LaTeX	Kết quả
a \cdot b	$a \cdot b$
\frac{a}{b}	$\frac{a}{b}$
\sqrt{x}	$\sqrt{x}$
\sqrt[n]{x}	$\sqrt[n]{x}$
\vec{v}	$\vec{v}$
\overline{AB}	$\overline{AB}$
x^{2}	x^2
a_{1}	a_1
\sin\alpha + \cos\beta	$\sin\alpha + \cos\beta$
\int_{a}^{b} x dx	$\int_a^b x dx$
\sum_{i=1}^{n} i^2	$\sum_{i=1}^{n} i^2$

2.2.15 Ảnh

Chèn ảnh

Công cụ này cho phép bạn chèn ảnh vào hình vẽ của bạn.

- Nhấp chuột lên vùng làm việc để chỉ định góc trái dưới của ảnh.
- Nhấp chuột lên một điểm để chỉ định điểm này sẽ trùng với vị trí góc trái dưới của ảnh.

Sau đó, một hộp thoại sẽ xuất hiện cho phép bạn chọn tập tin ảnh để chènvào.

2.2.16 Các thuộc tính của ảnh

Vị trí

Vị trí của ảnh sẽ cố định trên màn hình hoặc tương quan với hệ trục tọa độ (xem Thuộc tính của ảnh), được xác định bằng ba điểm ở ba góc của hình, Chức năng này cho bạn sự tiện lợi để thay đổi hình dáng, kích cỡ, xoay, làm méo hình.

- 1. góc thứ nhất (góc trái bên dưới ảnh)
- 2. góc thứ hai (góc phải bên dưới ảnh)
  Ghi chú: Góc này chỉ có thể chỉnh sửa sau khi đã chỉnh góc thứ 1. Góc này chỉnh chiều rộng của ảnh.

- 4. góc thứ tư (góc trái bên trên ảnh)
  Ghi chú: Góc này chỉ có thể chỉnh sửa sau khi đã chỉnh góc thứ 1. Góc này chỉnh chiều cao của ảnh.

Ghi chú: Xem thêm lệnh Góc ảnh

Ví dụ:

Tạo ba điểm *A*, *B*, và *C* để tìm hiểu về chức năng của các điểm góc ảnh.

- Chọn điểm *A* là điểm góc ảnh thứ nhất và *B* là điểm góc ảnh thức hai. Di chuyển điểm *A* và *B* bằng công cụ *Di chuyển* bạn có thể dễ dàng thấy được ảnh hưởng của chúng đối với ảnh..
- Chọn điểm *A* là điểm góc ảnh thứ nhất và điểm *C* là điểm góc ảnh thứ tư và di chuyển chúng để thấy ảnh hưởng của chúng đối với ảnh.
- Cuối cùng, bạn có thể xác định 3 điểm góc ảnh và di chuyển chúng để thấy chúng làm thay đổi ảnh của bạn.

Bạn vừa thấy được làm thế nào để thay đổi vị trí và kích thước của ảnh. Nếu bạn muốn gán ảnh vào một điểm *A* và chỉnh chiều rộng bằng 3 và chiều cao bằng 4 đơn vị, bạn làm theo các bước sau::

- 1. Góc thứ nhất: *A*
- 2. Góc thứ hai: *A* + (3, 0)
- 4. Góc thứ ba: *A* + (0, 4)

Ghi chú: Nếu bạn di chuyển điểm *A* bằng công cụ Di chuyển, ảnh của bạn sẽ không thay đổi kích thước.

Ảnh nền

Bạn có thể cho một ảnh trở thành ảnh nền (Thuộc tính của ảnh). Ảnh nền sẽ xếp ở đằng sau hệ trục tọa độ, và bạn không thể dùng chuột để chọn nó nữa.

Ghi chú: Để thay đổi thuộc tính của ảnh nền, chọn *Thuộc tính* từ menu *Chỉnh sửa*.

Trong suốt

Có thể làm cho một ảnh trở nên trong suốt để có thể nhìn thấy các đối tượng hoặc trục tọa độ đằng sau nó. Bạn có thể t lập độ trong suốt của ảnh bằng cách chỉnh giá trị *tô màu nền* từ 0% đến 100 % (xem Thuộc tính của ảnh).

Chương 3: Nhập đối tượng đại số

Trong chương này chúng ta sẽ tìm hiểu cách sử dụng bàn phím để tạo và sửa đổi các đối tượng trong GeoGebra.

3.1 Tổng quan

Giá trị, tọa độ, phương trình của các đối tượng tự do và đối tượng phụ thuộc được hiển thị trong phần cửa sổ đại số (bên trái). Các đốI tượng tự do không phụ thuộc vào bất kỳ đối tượng nào khác và có thể được thay đổi trực tiếp.

Bạn có thể tạo và sửa đổi các đối tượng bằng cách sử dụng khung nhập lệnh ở phía dưới màn hình GeoGebra (xem Nhập trực tiếp; xem Lệnh).

Ghi chú: Luôn ấn phím *Enter* sau mỗi dòng lệnh nhập vào khung nhập lệnh.

3.1.1 Thay đổi các giá trị

Các đối tượng tự do có thể được thay đổi trực tiếp; ngược lại, các đối tượng phụ thuộc thì không. Để thay đổi giá trị của đối tượng tự do, ghi đè lên giá trị cũ bằng cách nhập giá trị mới vào khung nhập (xem Nhập trực tiếp).

Ví dụ: Nếu bạn muốn thay đổi giá trị của một số đã có *a* = 3, nhập a = 5 vào khung nhập và ấn phím *Enter*.

Ghi chú: Cách khác: chọn *Chỉnh sửa* trong Menu ngữ cảnh.

3.1.2 Minh họa

Để thay đổi một số hoặc một góc liên tục, chọn công cụ Di chuyển.Sau đó,nhấp chọn con số hoặc góc và ấn phím + hoặc –.

Nhấn giữ các phím trên bạn có thể tạo một *minh họa*.

Ví dụ: Nếu tọa độ của một điểm phụ thuộc vào một số *k* như *P = (2 k, k)*, điểm đó sẽ di chuyển dọc theo một đường thẳng khi *k* được thay đổi liên tục..

Với các phím mũi tên, bạn có thể di chuển bất kỳ đối tượng tự do nào với công cụ *Di chuyển* (xem Minh họa; xem Di chuyển).

Ghi chú: Bạn có thể điều chỉnh khoảng thay đổi giá trị (bước nhảy) bằng Hộp thoại thuộc tính của đối tượng này.

Phím tắt:

- *Ctrl + phím mũi tên* cho bạn bước nhảy 10 đơn vị
- *Alt + phím mũi tên* cho bạn bước nhảy 10 đơn vị

Ghi chú: Một điểm trên một đường thẳng có thể di chuyển dọc theo đường thẳng bằng các phím + hoặc – (xem Minh họa).

3.2 Nhập trực tiếp

GeoGebra có thể làm việc với số, góc, điểm, vec-tơ, đoạn thẳng, đường thẳng, đường conic, đồ thị hàm số và đường cong tham số. Bây giờ chúng ta sẽ tìm hiểu cách nhập vào khung nhập các đối tượng này theo tọa độ hoặc phương trình.

Ghi chú: Bạn cũng có thể sử dụng các chỉ số cho tên đối tượng, ví dụ A_1 hoặc S_{AB} có thể nhập vào là A_1 hoặc s_{AB}.

3.2.1 Số và Góc

Số và góc sử dụng dấu "." Để phân cách phần thập phân.

Ví dụ: Bạn phải nhập số r là r = 5.32.

Ghi chú: Bạn có thể sử dụng hằng số π và số Ơ-le (Euler) *e* cho các biểu thức và công thức bằng cách chọn chúng trong danh sách liệt kê kế bên khung nhập.

Góc được tính theo *độ* (°) hoặc *radian* (rad). Hằng số *π* có thể được nhập vào là pi (số π sẽ giúp bạn thuận tiện hơn khi nhập đơn vị radian).

Ví dụ: Góc α có thể được nhập theo độ (α = 60) hoặc theo radian (α = π/3).

Ghi chú: GeoGebra tính toán theo đơn vị radian. Biểu tượng ° là hằng số π/180 để chuyển từ độ sang radian.

Con trượt và Các phím mũi tên

Các giá trị của các con số và các góc độc lập có thể được trình bày như là con trượt trên cửa sổ hình hoc (xem công cụ Con trượt). Bằng các phím mũi tên, bạn cũng có thể thay đổi giá trị của số hoặc góc trong cửa sổ đại số (xem Minh họa).

Giá trị giới hạn

Các giá trị của các con số và các góc độc lập có thể được giới hạn trong một khoảng *[min, max]* (xem Hộp thoại thuộc tính). Khoảng này cũng được sử dụng cho Con trượt.

Cho mỗi góc phụ thuộc, bạn có thể chọn để nó có thể trở thành góc phản xạ hay không (xem Hộp thoại thuộc tính).

3.2.2 Điểm và Vec-tơ

Điểm và vec-tơ có thể được nhập theo *tọa độ Đề-các* hoặc *tọa độ* (xem Số và Góc).

Ghi chú: Điểm được ký hiệu bằng chữ in hoa, vec-tơ được ký hiệu bằng chữ thường.

Ví dụ: Để vẽ điểm *P* và vec-tơ *v*,

- theo tọa độ Đề-các: P = (1, 0) và v = (0, 5).
- theo tọa độ cực: P = (1; 0°) và v = (5; 90°).

3.2.3 Đường thẳng

Một đường thẳng được nhập dưới dạng phương trình tuyến tính theo dạng tổng quát *x*, *y* hoặc theo dạng tham số. Trong cả hai dạng, tất cả các ẩn số được định nghĩa trước đều có thể sử dụng (ví dụ: đố, điểm, vec-tơ).

Ghi chú: Bạn có thể nhập tên của đường thẳng vào trước phương trình của đường thẳng và ngăn cách chúng bằng dấu hai chấm (:).

Ví dụ:

- Nhập vào g : 3x + 4y = 2 để vẽ đường thẳng *g*.
- Định nghĩa tham số t (t = 3) trước khi nhập vào phương trình đường thẳng *g* dưới dạng tham số: g: X = (-5, 5) + t (4, -3).
- Trước tiên, định nghĩa tham số m = 2 và b = -1. Sau đó, bạn có thể nhập vào phương trình g: y = m x + b để vẽ đường thẳng *g* tương ứng với *m* và *b* ở trên (y = 2x – 1).

Trục x và trục y

Hai trục tọa độ được dùng trong các câu lệnh với ten gọi *Trục-x* và *Trục-y*.

Ví dụ: Lệnh DuongVuongGoc[A, Truc-x] sẽ vẽ đường thẳng qua *A* và vuông góc với trục x.

3.2.4 Đường Conic

Một đường conic có thể được nhập dưới dạng phương trình bậc hai theo x, y. Có thể sử dụng các biến đã được định nghĩa trước (như: số, điểm, vec-tơ). Bạn có thể nhập tên của đường conic vào trước phương trình của đường conic và ngăn cách chúng bằng dấu hai chấm (:).

Ví dụ:

- Elip *ell*: ell: 9 x^2 + 16 y^2 = 144
- Hyperbol *hyp*: hyp: 9 x^2 – 16 y^2 = 144
- Parabol *par*: par: y^2 = 4 x
- Đường tròn *k1*: k1: x^2 + y^2 = 25
- Đường tròn *k2*: k2: (x – 5)^2 + (y + 2)^2 = 25

Ghi chú: Nếu bạn đã định nghĩa trước hai tham số a = 4 and b = 3, bạn có thể nhập vào phương trình đường elip là ell: b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2.

3.2.5 Hàm số f(x)

Để nhập một hàm số, bạn có thể sử dụng các biến đã định nghĩa trước (như: số, điểm, vec-tơ) và các hàm số khác.

Ví dụ :

- Hàm số *f*: f(x) = 3 x^3 – x^2
- Hàm số *g*: g(x) = tan(f(x))
- Hàm số: sin(3 x) + tan(x)

Tất cả các hàm số có sẵn (như: *sin*, *cos*, *tan*) đã được mô tả trong phần dưới về các toán tử số học (xem Các toán tử số học).

Trong GeoGebra, bạn có thể sử dụng câu lệnh để tính Tích phân và Đạo hàm của hàm số.

Bạn có thể sử dụng các giá trị f'(x) hoặc f''(x),… để lấy đạo hàm của một hàm *f(x)* đã được xác định.
Ví dụ: Đầu tiên, định nghĩa hàm số *f* là f(x) = 3 x^3 – x^2. Sau đó, nhập vào khung nhập
g(x) = cos(f'(x + 2)) để xác định hàm số *g*.

Thêm vào đó, bạn có thể tịnh tiến đồ thị của một hàm số theo một vec-tơ (xem lệnh Tịnh tiến) và có thể dùng chuột để di chuyển một hàm số tự do bằng công cụ (xem công cụ Di chuyển).

Khoảng giới hạn hàm số

Để giới hạn một hàm số trong khoảng [*a*, *b*], ta sử dụng lệnh HamSo (xem lệnh Hàm số).

3.2.6 Danh sách các đối tượng

Sử dụng cặp dấu ngoặc móc để tạo một danh sách các đối tượng (điểm, đoạn thẳng, đường tròn).
Ví dụ:

- L = {A, B, C} sẽ cho ta một danh sách chứa 3 điểm đã được xác định là *A*, *B*, và *C*.
- L = {(0, 0), (1, 1), (2, 2)} sẽ cho ta một danh sách chứa các điểm được nhập vào.

3.2.7 Các toán tử số học

Để nhập các số, tọa độ, phương trình (xem Nhập trực tiếp) bạn có thể sử dụng các biểu thức số học với các dấu ngoặc đơn. Dưới đây là các toán tử được dùng trong GeoGebra:

Toán tử	**Nhập vào**
cộng	+
trừ	-
nhân	* hoặc phím *space*
tích vô hướng	* hoặc phím *space*
chia	/
lũy thừa	^ hoặc 2
giai thừa	!
hàm Gamma	gamma( )
dấu ngoặc đơn	( )
tọa độ x	x( )
tọa độ y	y( )
giá trị tuyệt đối	abs( )
dấu	sgn( )
căn bậc 2	sqrt( )
căn bậc 3	cbrt( )
số ngẫu nhiên từ 0 đến 1	random( )
hàm mũ	exp( ) hoặc e^x
logarit (cơ số tự nhiên, cơ số *e*)	ln( ) hoặc log( )
logarit cơ số 2	ld( )
logarit cơ số 10	lg( )
cos	cos( )
sin	sin( )
tan	tan( )
arccos	acos( )
arcsin	asin( )
arctan	atan( )
cos hypebolic	cosh( )
sin hypebolic	sinh( )
tan hypebolic	tanh( )
arcos hypebolic	acosh( )
arcsin hypebolic	asinh( )
arctan hypebolic	atanh( )
số nguyên lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng	floor( )
số nguyên nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng	ceil( )
làm tròn	round( )

Ví dụ:

- Trung điểm *M* của đoạn thẳng *AB* có thể được nhập vào như sau: M = (A + B) / 2.
- Độ dài vec-tơ *v* được tính là: l = sqrt(v * v).

Ghi chú: Trong GeoGebra, bạn có thể thực hiện các phép tính với điểm và vec-tơ.

3.2.8 Biến số Bool

Bạn có thể sử dụng các biến Bool "true" và "false" trong GeoGebra.

Ví dụ: Nhập a = true hoặc b = false vào khung nhập và ấn phím *Enter*.

Hộp chọn và Các phím mũi tên

Các biến Bool tự do được trình bày là một hộp chọn trên vùng làm việc (xem công cụ Hộp chọn hiện / ẩn đối tượng). Bằng các phím mũi tên trên bàn phím, bạn cũng có thể thay đổi các biến Bool trong cửa sổ đại số (xem Minh họa).

3.2.9 Toán tử Bool

Bạn có thể sử dụng các toán tử Bool trong GeoGebra:

	Toán tử	Ví dụ	Loại
bằng	≟ hoặc ==	a ≟ b hoặc a == b	số, điểm, đường thẳng, đường conic *a*, *b*
không bằng	≠ hoặc !=	a ≠ b hoặc a != b	số, điểm, đường thẳng, đường conic *a*, *b*
nhỏ hơn	<	a < b	số *a*, *b*
lớn hơn	>	a > b	số *a*, *b*
nhỏ hơn hoặc bằng	≤ hoặc <=	a ≤ b hoặc a <= b	số *a*, *b*
lớn hơn hoặc bằng	≥ hoặc >=	a ≥ b hoặc a >= b	số *a*, *b*
và	∧	a ∧ b	biến logic *a*, *b*
hoặc	∨	a ∨ b	biến logic *a*, *b*
không	¬ hoặc !	¬a hoặc !a	biến logic *a*
song song	∥	a ∥ b	đường thẳng *a*, *b*
vuông góc	⊥	a ⊥ b	đường thẳng *a*, *b*

3.3 Các lệnh

Sử dụng các câu lệnh, chúng ta có thể tạo mới và sửa đổi các đối tượng đã có. Chúng ta có thể đặt tên cho kết quả của một câu lệnh bằng cách nhập tên (và theo sau là dấu "=") vào phía trước câu lệnh đó. Trong ví dụ sau, điểm mới được đặt tên là *S*.

Ví dụ: Để tìm giao điểm của hai đường thẳng *g* và *h*, bạn có thể nhập vào S = GiaoDiem[g,h] (xem lệnh Giao điểm).

Ghi chú: Bạn cũng có thể sử dụng các chỉ số cho tên đối tượng, ví dụ A_1 hoặc S_{AB} có thể nhập vào là A_1 hoặc s_{AB}.

3.3.1 Các lệnh cơ bản

Quan hệ

QuanHe[đối tượng a, đối tượng b]: hiển thị một hộp thoại cho chúng ta biết mối quan hệ của đối tượng *a* và đối tượng *b*.

Ghi chú: lệnh này có thể cho chúng ta biết hai đối tượng có bằng nhau hay không, điểm có nằm trên đường thẳng hoặc đường conic hay không, đường thẳng tiếp xúc hay cắt đường conic.

Xóa

Xoa[đối tượng a]: Xóa đối tượng *a* và các đối tượng liên quan với nó.

Yếu tố

YeuTo[Danh sách L, số n]: yếu tố thứ *n* trong danh sách *L*

3.3.2 Các lệnh logic (Boolean)

If[điều kiện, a, b]: tạo một bản sao của đối tượng *a* nếu *điều kiện* là đúng (true), và đối tượng *b* nếu *điều kiện* là sai (false).

If[điều kiện, a]: tạo một bản sao của đối tượng *a* nếu *điều kiện* là đúng (true), và đối tượng không xác định nếu *điều kiện* là sai (false).

3.3.3 Giá trị

Độ dài

DoDai[vectơ v]: Độ dài của vec-tơ v

DoDai[điểm A]: Độ dài vec-tơ vị trí của *A*

DoDai[hàm số f,số x1, số x2]: Độ dài đồ thị hàm *f* giữa *x1* và *x2*

DoDai[hàm số f, điểm A, điểm B]: Độ dài đồ thị hàm *f* giữa hai điểm *A* và *B* trên đồ thị

DoDai[đường cong c, số t1, số t2]: Độ dài đồ thị đường cong *c* giữa *t1* và and *t2*

DoDai[đường cong c, điểm A, điểm B]: Độ dài đồ thị đường cong *c* giữa hai điểm *A* và *B* trên đường cong

Dodai[danh sách L]: Độ dài của danh sách *L* (số các yếu tố có trong danh sách)

Diện tích

DienTich[điểm A, điểm B, điểm C, ...]: Diện tích của hình đa giác xác định bởi các điểm *A*, *B*, *C* cho trước

DienTich[conic c]: Diện tích của conic *c* (hình tròn hoặc hình e-lip)

Khoảng cách

KhoangCach[điểm A, điểm B]: Khoảng cách giữa hai điểm *A* và *B*

KhoangCach[điểm A, đường thẳng g]: Khoảng cách giữa điểm *A* và đường thẳng *g*

KhoangCach[đường thẳng g, đường thẳng h]: Khoảng cách giữa đường thẳng *g* và đường thẳng *h*.
Ghi chú: Khoảng cách của hai đường thẳng giao nhau bằng 0. Chức năng này dùng để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song.

Số dư

SoDu[số a, số b]: Số dư của phép chia *a* : *b*

Phần nguyên

PhanNguyen[số a, số b]: Phần nguyên của phép chia *a* : *b*

Hệ số góc

HeSoGoc[đường thẳng g]: Hệ số góc của đường thẳng *g*.

Ghi chú: Lệnh này sẽ vẽ một tam giác mô tả độ dốc và bạn có thể thay đổi kích thước của tam giác đó (xem thêm Hộp thoại thuộc tính).

Độ cong

DoCong[điểm A, hàm số f]: Độ cong của hàm *f* tại điểm *A*

DoCong[điểm A, đường cong c]: Độ cong của đường cong *c* tại điểm *A*

Bán kính

BanKinh[đường tròn c]: Bán kính của đường tròn *c*

Chu vi Conic

ChuViConic[conic c]: Tính chu vi đường conic *c* (đường tròn hoặc e-lip)

Chu vi đa giác

ChuViDaGiac[đa giác poly]: Chu vi đa giác *poly*

Tham số tiêu

ThamSoTieu[parabol p]: Tham số tiêu của parabol *p* (khoảng cách giữa đường chuẩn và tiêu điểm)

Độ dài trục thứ nhất

DoDaiTrucThuNhat[conic c]: Độ dài trục chính của đường conic *c*

Độ dài trục thứ hai

DoDaiTrucThuHai[conic c]: Độ dài trục thứ hai của đường conic *c*

Tâm sai

TamSai[conic c]:Tâm sai của đường conic *c*

Tích phân

TichPhan[hàm số f, số a, số b]: Tính tích phân của hàm *f(x)* từ *a* đến *b*.

Ghi chú: Lệnh này cũng sẽ vẽ ra diện tích của vùng bị chắn giữa đồ thị hàm số *f* và trục *x*.

TichPhan[hàm số f, hàm số g, số a, số b]: Tính tích phân của hàm *f(x) - g(x)* từ *a* đến *b*.

Ghi chú: Lệnh này cũng sẽ vẽ ra diện tích của vùng bị chắn giữa đồ thị hàm số *f* và đồ thị hàm số *g*.

Ghi chú: Xem Tích phân bất định

Phân hoạch dưới

PhanHoachTren[hàm số f, số a, số b, số n]: Phân hoạch dưới hàm số *f* trong đoạn [*a*, *b*] thành *n* hình chữ nhật.

Phân hoạch trên

PhanHoachTren[hàm số f, số a, số b, số n]: Phân hoạch trên hàm số *f* trong đoạn [*a*, *b*] thành *n* hình chữ nhật..

Lặp

Lap[hàm số f, giá trị x0, số n]: Lặp lại hàm số *f n* lần theo giá trị ban đầu *x0* cho trước.

Ví dụ: Cho hàm số f(x) = x^2, lệnh Lap[f, 3, 2] sẽ cho ta kết quả là $(3^2)^2 = 27$

Min và Max

Min[số a, số b]: Số nhỏ nhất trong hai số *a* và *b*

Max[số a, số b]: Số lớn nhất trong hai số *a* và *b*

Hệ số tương quan

HeSoTuongQuan[điểm A, điểm B, điểm C]: Trả về hệ số tương quan λ của ba điểm cộng tuyến (ba điểm thẳng hàng) *A*, *B* và *C*, với *BA = λ * BC* hoặc *A = B + λ * BC*

Hệ số kép

HeSoKep[điểm A, điểm B, điểm C, điểm D]: Hệ số kép λ của bốn điểm cộng tuyến (bốn điểm thẳng hàng) *A*, *B*, *C*, và *D*, với *λ = HeSoTuongQuan[A, B, C] / HeSoTuongQuan[A, B, D]*

3.3.4 Góc

Góc

Goc[vectơ v1, vectơ v2]: Góc tạo thành bởi vec-tơ *v1* và *v2* (từ 0 đến 360°)

Goc[đường thẳng g, đường thẳng h]: Góc tạo thành hai vec-tơ chỉ phương của hai đường thẳng *g* và (từ 0 đến 360°)

Goc[điểm A, điểm B, điểm C]: Góc tạo thành bởi *BA* và *BC* (từ 0 đến 360°). Điểm *B* là đỉnh.

Goc[điểm A, điểm B, góc alpha]: Góc vẽ từ B, có đỉnh là A và có độ lớn bằng α .

Ghi chú : Điểm *Xoay[B, A, α]* cũng sẽ được tạo.

Goc[conic c]: Góc xoắn của trục chính của đường conic *c* (xem lệnh Trục)

Goc[vectơ v]: Góc tạo thành bởi trục *x* và vec-tơ *v*

Goc[điểm A]: Góc tạo thành bởi trục *x* và vec-tơ vị trí của điểm *A*

Goc[số n]: Đổi một số *n* thành góc (kết quả từ 0 đến 2π)

Goc[đa giác poly]: Tất cả các góc trong của đa giác *poly*

3.3.5 Điểm

Điểm

Diem[đường thẳng g]: Điểm thuộc đường thẳng *g*

Diem[conic c]: Điểm thuộc đường conic *c* (đường tròn, e-lip, hyperbol)

Diem[hàm số f]: Điểm thuộc hàm *f*

Diem[đa giác poly]: Điểm thuộc đa giác *poly*

Diem[vec-tơ v]: Điểm thuộc vec-tơ *v*

Diem[điểm P, vec-tơ v]: Điểm *P* cộng vec-tơ *v*

Trung điểm và Tâm

TrungDiem[điểm A, điểm B]: Trung điểm đoạn thẳng *AB*

TrungDiem[đoạn thẳng s]: Trung điểm đoạn thẳng *s*

Tam[conic c]: Tâm của đường conic *c* (đường tròn, e-lip, hyperbol)

Tiêu điểm

TieuDiem[conic c]: (Tất cả) các tiêu điểm của đường conic *c*

Đỉnh

Đỉnh[conic c]: (Tất cả) các đỉnh của đường conic *c*

Trọng tâm

TrongTam[đa giác poly]: Trọng tâm của đa giác *poly*

Giao điểm

GiaoDiem[line g, đường thẳng h]: Giao điểm của hai đường thẳng *g* và *h*

GiaoDiem[đường thẳng g, conic c]: Tất cả các giao điểm của đường thẳng *g* và đường conic *c* (tối đa là 2)

GiaoDiem[đường thẳng g, conic c, số n]: Giao điểm thứ *n* của đường thẳng *g* và đường conic *c*

GiaoDiem[conic c1, conic c2]: Tất cả các giao điểm của hai đường conic *c1* và *c2* (tối đa là 4)

GiaoDiem[conic c1, conic c2, số n]: Giao điểm thứ *n* của hai đường conic *c1* và *c2*

GiaoDiem[hàm đa thức f1, hàm đa thức f2]: Tất cả các giao điểm của hai đồ thị hàm số của hàm đa thức *f1* và *f2*

GiaoDiem[hàm đa thức f1, hàm đa thức f2, số n]: Giao điểm thứ *n* của hai đồ thị hàm số của hàm đa thức *f1* và *f2*

GiaoDiem[hàm đa thức f, đường thẳng g]: Tất cả các giao điểm của đồ thị hàm số hàm đa thức *f* và đường thẳng *g*

GiaoDiem[hàm đa thức f, đường thẳng g, số n]: Giao điểm thứ *n* của đồ thị hàm số hàm đa thức *f* và đường thẳng *g*

GiaoDiem[hàm số f, hàm số g, điểm A]: Giao điểm của hai hàm *f* và *g* theo một giá trị điểm *A* ban đầu (phương pháp Newton)

GiaoDiem[hàm số f, hàm số g, điểm A]: Giao điểm của hàm *f* và đường thẳng *g* theo một giá trị điểm *A* ban đầu (phương pháp Newton)

Ghi chú: xem thêm Giao điểm của hai đối tượng

Nghiệm

Nghiem[hàm đa thức f]: Tìm tất cả các nghiệm của hàm đa thức *f(x)*=0 (các giá trị tìm được sẽ được biểu diễn là các điểm trên đồ thị)

Nghiem[hàm số f, số a]: Tìm một nghiệm của hàm số *f* theo một giá trị *a* ban đầu (phương pháp Newton)

Nghiem[hàm số f, số a, số b]: Tìm một nghiệm của hàm số *f* trong đoạn [*a*, *b*]

Cực trị

CucTri[hàm đa thức f]: Tất cả các cực trị của hàm đa thức *f* (các giá trị tìm được sẽ được biểu diễn là các điểm trên đồ thị)

Điểm uốn

DiemUon[hàm đa thức f]: Tất cả các điểm uốn của hàm đa thức *f*

3.3.6 Vec-tơ

Vectơ

Vecto[điểm A, điểm B]: Vec-tơ từ điểm *A* đến điểm *B*

Vecto[điểm A]: Vec-tơ vị trí của điểm *A*

Vectơ chỉ phương

VectoChiPhuong[đường thẳng g]: Vec-tơ chỉ phương của đường thẳng *g*.

Ghi chú: Một đường thẳng có phương trình *ax + by = c* sẽ có vec-tơ chỉ phương là *(b, - a)*.

Vectơ chỉ phương đơn vị

VectoChiPhuongDonVi[đường thẳng g]: Vec-tơ chỉ phương đơn vị (có độ lớn bằng 1) của đường thẳng *g*

VectoChiPhuongDonVi[vectơ v]: Vec-tơ có cùng phương, chiều với vec-tơ *v* cho trước và có độ lớn bằng 1

Vectơ pháp tuyến

VectoPhapTuyen[đường thẳng g]: Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng *g*.

Ghi chú: Một đường thẳng có phương trình *ax + by = c* sẽ có vec-tơ pháp tuyến là *(a, b)*.

VectoPhapTuyen[vectơ v]: Véc-tơ pháp tuyến của vec-tơ *v*.

Ghi chú: Một vec-tơ có tọa độ *(a, b)* sẽ có vec-tơ pháp tuyến là vec-tơ *(- b, a)*.

Vectơ pháp tuyến đơn vị

VectoPhapTuyenDonVi[đường thẳng g]: Vec-tơ pháp tuyến đơn vị (có độ lớn bằng 1) của đường thẳng *g*

VectoPhapTuyenDonVi[vectơ v]: Vec-tơ vuông góc với vec-tơ *v* và có độ lớn bằng 1

Vectơ độ cong

VectoDoCong[điểm A, hàm số f]: Vec-tơ độ cong của hàm số *f* tại điểm *A*

VectoDoCong[điểm A, đường cong c]: Vec-tơ độ cong của đường cong *c* tại điểm *A*

3.3.7 Đoạn thẳng

Đoạn thẳng

DoanThang[điểm A, điểm B]: Đoạn thẳng qua hai điểm *A*, *B*

DoanThang[điểm A, số a]: Đoạn thẳng qua *A* (điểm bắt đầu) và có độ dài là a.

Ghi chú: Điểm kết thúc đoạn thẳng cũng sẽ được vẽ.

3.3.8 Tia

Tia

Tia[điểm A, điểm B]: Tia bắt đầu từ điểm *A* và đi qua điểm *B*

Tia[điểm A, vectơ v]: Tia bắt đầu từ điểm *A* và có cùng hướng với *v*

3.3.9 Đa giác

Đa giác

DaGiac[điểm A, điểm B, điểm C,...]: Đa giác xác định bởi các điểm *A*, *B*, *C*,… cho trước

DaGiac[điểm A, điểm B, số n]: Đa giác đều *n* đỉnh (gồm cả hai đỉnh *A*, *B*)

3.3.10 Đường thẳng

Đường thẳng

DuongThang[điểm A, điểm B]: Đường thẳng qua hai điểm *A* và *B*

DuongThang [điểm A, đường thẳng g]: Đường thẳng qua *A* và song song với đường thẳng *g*

DuongThang [điểm A, vectơ v]: Đường thẳng qua điểm *A* và có cùng hướng với vectơ *v*

Đường vuông góc

DuongVuongGoc[điểm A, đường thẳng g]: Đường thẳng qua điểm *A* và vuông góc với đường thẳng *g*

DuongVuongGoc[điểm A, vector v]: Đường thẳng qua điểm *A* và vuông góc với vector *v*

Đường trung trực

DuongTrungTruc[điểm A, point B]: Đường trung trực của đoạn thẳng *AB*

DuongTrungTruc[đoạn thẳng s]: Đường trung trực của đoạn thẳng *s*

Đường phân giác

DuongPhanGiac[điểm A, điểm B, điểm C]: Đường phân giác của góc được tạo bởi điểm *A*, *B*, và *C*.
Ghi chú: Điểm *B* là đỉnh của góc.

DuongPhanGiac[đường thẳng g, đường thẳng h]: Hai dường phân giác của góc tạo thành bởi hai đường thẳng *g* và *h*.

Tiếp tuyến

TiepTuyen[điểm A, conic c]: (Tất cả) các đường tiếp tuyến qua điểm *A* và tiếp xúc với đường conic *c*

TiepTuyen[đường thẳng g, conic c]: (Tất cả) các đường tiếp tuyến với đường conic *c* và song song với đường thẳng *g*

TiepTuyen[số a, hàm số f]: Đường tiếp tuyến với hàm *f(x)* tại *x = a*

TiepTuyen[điểm A, hàm số f]: Đường tiếp tuyến với hàm *f(x)* tại *x = x(A)*

TiepTuyen[điểm A, đường cong c]: Đường tiếp tuyến với đường cong *c* tại điểm *A*

Tiệm cận

TiemCan[hyperbola h]: Hai đường tiệm cận của hyperbol *h*

Đường chuẩn

DuongChuan[parabol p]: Đường chuẩn của parabol *p*

Trục

Truc[conic c]: Hai trục của conic *c*

Trục thứ nhất

TrucThuNhat[conic c]: Trục thứ nhất (Trục chính) của conic *c*

Trục thứ hai

TrucThuHai[conic c]: Trục thứ hai của conic *c*

Đường đối cực

DuongDoiCuc[điểm A, conic c]: Đường đối cực của điểm A tương quan với conic *c*

Đường kính

DuongKinh[đường thẳng g , conic c]: Đường kính của đường conic *c* song song với đường thẳng *g*

DuongKinh[vectơ v, conic c]: Đường kính của đường conic *c* cùng hướng với vec-tơ *v*

3.3.11 Đường Conic

Đường tròn

DuongTron[điểm M, số r]: Đường tròn tâm *M* và bán kính *r*

DuongTron[điểm M, đoạn thẳng s]: Đường tròn tâm *M* và bán kính bằng *Dodai[s]*

DuongTron[điểm M, điểm A]: Đường tròn có tâm *M* và đi qua điểm *A*

DuongTron[điểm A, điểm B, điểm C]: Đường tròn qua ba điểm *A*, *B* và *C*

Đường tròn mật tiếp

DuongTronMatTiep[điểm A, hàm số f]: Đường tròn mật tiếp của hàm số f tại điểm *A*

DuongTronMatTiep[điểm A, curve c]: Đường tròn mật tiếp của đường cong *c* tại điểm *A*

E-lip

Elip[điểm F, điểm G, số a]: E-lip có tiêu điểm là *F* và *G* và độ dài trục chính là *a*.

Ghi chú: Điều kiện: 2*a* > KhoanCach*[F, G]*

Elip[điểm F, điểm G, đoạn thẳng s]: E-lip có tiêu điểm là *F* và *G* và độ dài trục chính bằng độ dài đoạn thẳng *s* (*a = DoDai[s]*).

Hyperbol

Hyperbol[điểm F, điểm G, số a]: Hyperbol có tiêu điểm là *F* và *G* và độ dài trục chính là *a*.

Ghi chú: Điều kiện: 2*a* > KhoangCach*[F, G]*

Hyperbol[điểm F, điểm G, đoạn thẳng s]: Hyperbol có tiêu điểm là *F* và *G* và độ dài trục chính bằng độ dài đoạn thẳng *s* (*a* = *DoDai[s]*).

Parabol

Parabol[điểm F, đường thẳng g]: Parabol có tiêu điểm là *F* và đường chuẩn là *g*

Conic

Conic[điểm A, điểm B, điểm C, điểm D, điểm E]: Đường conic qua năm điểm *A*, *B*, *C*, *D*, và *C*.

Ghi chú: Bốn điểm không được thẳng hàng.

3.3.12 Hàm số

Đạo hàm

DaoHam[hàm số f]: đạo hàm của hàm số *f(x)*

DaoHam[hàm số f, số n]: đạo hàm cấp *n* của hàm số *f(x)*

Ghi chú: Bạn có thể sử dụng f'(x) thay vì DaoHam[f], cũng như là f''(x) thay vì DaoHam[f, 2].

Tích phân

TichPhan[hàm số f]: Tích phân bất định của hàm số *f(x)*

Ghi chú: Xem Tích phân xác định

Khai triển

KhaiTrien[hàm số f]: Khai triển hàm đa thức *f*.

Ví dụ: KhaiTrien[(x - 3)^2] sẽ là $x^2 - 6x + 9$

Khai triển Taylor

KhaiTrienTaylor[hàm số f, số a, số n]: Khai triển Taylor cho hàm số*f(x)* tại *x* = *a* đến cấp *n*

Hàm số

HamSo[hàm số f, số a, số b]: Hàm số *f* trong đoạn [*a*, *b*] và không xác định bên ngoài đoạn [*a*, *b*]

Hàm số có điều kiện

Bạn có thể sử dụng các câu lệnh logic (Bool) If (xem lệnh If) để tạo một hàm số có điều kiện.

Ghi chú: Bạn có thể sử dụng đạo hàm và tích phân cho các hàm này như các hàm số khác.

Ví dụ:

= If[x < 3, sin(x), x^2] sẽ cho ta một hàm số *f(x) bằng:*

- sin(x) nếu x < 3 và
- x^2 nếu $x \geq 3$.

3.3.13 Đường cong tham số

DuongCong[biểu thức e1, biểu thức e2, tham số t, số a, số b]: Đường cong tham số trong hệ tọa độ Đề-các cho bởi biểu thức theo *x* là *e1* và biểu thức theo *y* là *e2* (theo tham số *t*) trong đoạn *[a, b]*

Ví dụ: c = DuongCong[2 cos(t), 2 sin(t), t, 0, 2 pi]

DaoHam[đường cong c]: Đạo hàm của đường cong *c*

Ghi chú: Có thể tính toán với đường cong tham số như các hàm số trong các biểu thức số học khác.

Ví dụ: Nhập vào c(3) sẽ cho ta điểm nằm trên đường cong c ứng với tham số *t=3*

Ghi chú: Bạn có thể xác định một điểm mới trên đường cong bằng công cụ *Điểm mới* (xem công cụ Điểm mới; xem thêm lệnh Điểm). Nếu các giá trị a và b là các giá trị động, bạn có thể sử dụng con trượt (xem công cụ Con trượt).

3.3.14 Cung và Hình quạt

Ghi chú: Giá trị đại số của một cung tròn chính là chiều dài của cung và của một hình quạt chính là diện tích của hình quạt.

Hình bán nguyệt

HinhBanNguyet[điểm A, điểm B]: Hình bán nguyệt qua đoạn thẳng *AB*.

Cung tròn

CungTron[điểm M, điểm A, điểm B]: Cung tròn có tâm M giữa 2 điểm *A*, *B*.

Ghi chú: Điểm *B* không nằm trên cung tròn.

Cung tròn qua 3 điểm

CungTronQua3Diem[điểm A, điểm B, điểm C]: Cung tròn qua 3 điểm *A*, *B*, và *C*

Cung

Cung[conic c, điểm A, điểm B]: Cung của đường conic giữa hai điểm *A*, *B* trên đường conic (đường tròn hoặc e-lip)

Cung[conic c, số t1, số t2]: Cung của đường conic giữa hai giá trị ứng với hai tham số t1 và t2 của đường conic:

- Đường tròn: *(r cos(t), r sin(t))* ; với *r* là bán kính
- E-lip: *(a cos(t), b sin(t))* ; với *a* và *b* là độ dài hai trục của e-lip

Hình quạt

HinhQuat[điểm M, điểm A, điểm B]: Hình quạt có tâm *M* giữa hai điểm *A* và *B*.

Hình quạt qua 3 điểm

HinhQuatQua3Diem[điểm A, điểm B, điểm C]: Hình quạt qua 3 điểm *A*, *B*, và *C*

3.3.15 Ảnh

Góc ảnh

GocAnh[ảnh, số n]: Góc đỉnh thứ *n* của ảnh (tối đa là 4 góc)

3.3.16 Quỹ tích

Quỹ tích

QuiTich[điểm Q, điểm P]: Đường quỹ tích của điểm *Q* (điểm *Q* phụ thuộc vào điểm *P*).

Ghi chú: Điểm *P* phải là điểm trên một đối tượng (như: đường thẳng, đoạn thẳng, đường tròn).

3.3.17 Dãy số

Dãy số

DaySo[biểu thức e, biến số i, số a, số b]: Danh sách các đối tượng được tạo bằng biểu thức *e* và có chỉ số *i* thay đổi từ *a* đến *b*.

Ví dụ: L = DaySo[(2, i), i, 1, 5] sẽ tạo một dãy các điểm có hoành độ y từ 1 đến 5

DaySo[Biểu thức e, biến số i, số a, số b, số s]: Danh sách các đối tượng được tạo bằng biểu thức *e* và có chỉ số *i* thay đổi từ *a* đến *b* với bước nhảy là *s*.

Ví dụ: L = Dayso[(2, i), i, 1, 5, 0.5] sẽ tạo một dãy các điểm có hoành độ y từ 1 đến 5 với bước nhảy là 0.5

Ghi chú: Vì các tham số *a* và *b* là các số thay đổi liên tục nên bạn có thể dùng *Con trượt* cho biến số này.

Các lệnh về dãy số

YeuTo[danh sách L, số n]: yếu tố thứ *n* của danh sách *L*

DoDai[danh sách L]: Độ dài của danh sách *L*

Min[danh sách L]: Yếu tố có giá trị nhỏ nhất trong danh sách *L*

Max[danh sách L]: Yếu tố có giá trị lớn nhất trong danh sách *L*

Lặp

DanhSachLap[hàm số f, số x0, số n]: Danh sách *L* với độ dài *n*+1 với các thành phần là sự lặp lại của hàm số *f* bắt đầu từ giá trị *x0.*

Ví dụ: Sau khi định nghĩa hàm số f(x) = x^2, lệnh L = Danhsachlap[f, 3, 2] sẽ cho bạn một danh sách $L = \{3, 3^2, (3^2)^2\} = \{3, 9, 27\}$

3.3.18 Các phép biến đổi hình học

Nếu bạn tạo tên mới cho kết quả biến đổi của một trong các lệnh sau đây, đối tượng cũ sẽ được giữ lại, đồng thời một đối tượng mới được tạo.

Ghi chú: Lệnh DoiXung[A, g] sẽ cho ta điểm là đối xứng của điểm *A* qua đường thẳng *g* và di chuyển điểm *A* đến vị trí mới. Nhập vào B = DoiXung[A, g] sẽ tạo một điểm *B* ở vị trí đối xứng của điểm A nhưng điểm A vẫn được giữ lại ở vị trí cũ.

Tịnh tiến

TinhTien[điểm A, vectơ v]: Tịnh tiến điểm *A* theo vec-tơ *v*

TinhTien[đường thẳng g, vectơ v]: Tịnh tiến đường thẳng *g* theo vec-tơ *v*

TinhTien[conic c, vectơ v]: Tịnh tiến đường conic *c* theo vec-tơ *v*

TinhTien[hàm số c, vectơ v]: Tịnh tiến đồ thị hàm số *f* theo vec-tơ *v*

TinhTien[đa giác poly, vectơ v]: Tịnh tiến đa giác *poly* theo vec-tơ *v*.

Ghi chú: Các đỉnh và các cạnh của đa giác mới cũng sẽ được tạo.

TinhTien[ảnh pic, vectơ v]: Tịnh tiến ảnh *pic* theo vec-tơ *v*

TinhTien[vectơ v, điểm P]: Tịnh tiến vec-tơ *v* đến điểm *P*

Ghi chú: xem thêm công cụ Tịnh tiến theo vec-tơ

Xoay

Xoay[điểm A, góc phi]: Xoay điểm A quanh trục tọa độ một góc *φ*

Xoay[vector v, góc phi]: Xoay vec-tơ *v* một góc *φ*

Xoay[đường thẳng g, góc phi]: Xoay đường thẳng *g* quanh trục tọa độ một góc *φ*

Xoay[conic c, góc phi]: Xoay conic *c* quanh trục toạ độ một góc *φ*

Xoay[đa giác poly, góc phi]: Xoay đa giác *poly* quanh trục tọa độ một góc *φ*.

Ghi chú: Các đỉnh và các cạnh của đa giác mới cũng sẽ được tạo.

Xoay[ảnh pic, góc phi]: Xoay ảnh *pic* quanh trục toạ độ một góc *φ*

Xoay[điểm A, góc phi, điểm B]: Xoay điểm A quanh điểm *B* một góc *φ*

Xoay[đường thẳng g, góc phi, điểm B]: Xoay đường thẳng *g* quanh điểm *B* một góc *φ*

Xoay[conic c, góc phi, điểm B]: Xoay conic *c* quanh điểm *B* một góc *φ*

Xoay[đa giác poly, góc phi, điểm B]: Xoay đa giác *poly* quanh điểm *B* một góc *φ*.

Ghi chú: Các đỉnh và các cạnh của đa giác mới cũng sẽ được tạo.

Ghi chú: Xem thêm công cụ Xoay đối tượng quanh tâm theo một góc

Đối xứng

DoiXung[điểm A, điểm B]: Đối xứng của điểm *A* qua điểm *B*

DoiXung[đường thẳng g, điểm B]: Đối xứng của đường thẳng *a* qua điểm *B*

DoiXung[conic c, điểm B]: Đối xứng của conic *c* qua điểm *B*

DoiXung[đa giác poly, điểm B]: Đối xứng của đa giác *poly* qua điểm *B*.

Ghi chú: Các đỉnh và các cạnh của đa giác mới cũng sẽ được tạo.

DoiXung[ảnh pic, điểm B]: Đối xứng của ảnh *pic* qua điểm *B*

DoiXung[điểm A, đường thẳng h]: Đối xứng của điểm *A* qua đường thẳng *h*

DoiXung[đường thẳng g, đường thẳng h]: Đối xứng của đường thẳng *g* qua đường thẳng *h*

DoiXung[conic c, đường thẳng h]: Đối xứng của conic *c* qua đường thẳng *h*

DoiXung[đa giác poly, đường thẳng h]: Đối xứng của đa giác *poly* qua đường thẳng *h*.

Ghi chú: Các đỉnh và các cạnh của đa giác mới cũng sẽ được tạo.

DoiXung[ảnh pic, đường thẳng h]: Đối xứng của ảnh *pic* qua đường thẳng *h*

Ghi chú: Xem thêm công cụ Đối xứng qua tâm; và Đối xứng qua trục

Thay đổi hình dạng kích thước

ThayDoiHinhDangKichThuoc[điểm A, số f, điểm S]: Thay đổi khoảng cách điểm *A* từ gốc *S* theo hệ số tỉ lệ *f*

ThayDoiHinhDangKichThuoc[đường thẳng h, số f, điểm S]: Thay đổi khoảng cách đường thẳng *h* từ gốc *S* theo hệ số tỉ lệ *f*

ThayDoiHinhDangKichThuoc[conic c, số f, điểm S]: Thay đổi hình dạng kích thước conic *c* từ gốc *S* theo hệ số tỉ lệ *f*

ThayDoiHinhDangKichThuoc[polygon poly, số f, điểm S]: Thay đổi hình dạng kích thước đa giác *poly* từ gốc *S* theo hệ số tỉ lệ *f*.

Ghi chú: Các đỉnh và các cạnh mới của đa giác mới cũng sẽ được tạo

ThayDoiHinhDangKichThuoc[ảnh pic, số f, điểm S]: Thay đổi hình dạng kích thước ảnh *pic* từ gốc *S* theo hệ số tỉ lệ *f*

Ghi chú: Xem thêm công cụ Thay đổi hình dạng kích thước theo tỉ lệ

Chương 4: Các ví dụ

Chúng ta sẽ xem một vài ví dụ để có thể thấy được các khả năng của GeoGebra.

4.1 Tam giác theo các góc

Chọn nút *Điểm mới* trên thanh công cụ. Nhấn trái chuột 3 lần trên vùng làm việc để tạo 3 góc A, B, C của tam giác.

Sau đó, chọn nút Đa giác và nhấn lần lượt lên 3 điểm A, B, C. Để đóng tam giác *P*, nhấn lại lên điểm A lần nữa. Trong cửa sổ đại số, ta thấy hiện lên diện tích của tam giác *P*.

Để biết được các góc của tam giác, chọn nút *Góc* trên thanh công cụ và nhấp lên tam giác.

Bây giờ, chọn nút *Di chuyển* và kéo các đỉnh của tam giác để thay đổi tam giác. Nếu bạn không cần sử dụng cửa sổ đại số và hệ trục tọa độ, bạn có thể ẩn đi bằng cách sử dụng menu View.

4.2 Phương trình tuyến tính y = m x + b

Bây giờ chúng ta sẽ tìm hiểu ý nghĩa của *m* và *b* trong phương trình tuyến tính *y = mx + b* bằng cách thử nhiều giá trị khác nhau cho *m* và *b*. Để làm như vậy, chúng ta có thể nhập các dòng dưới đây vào ô *Nhập* ở phía dưới cửa sổ và bấm phím Enter sau mỗi dòng.

m = 1

b = 2

y = m x + b

Bây giờ chúng ta thay đổi *m* và *b* bằng cách sử dụng ô *Nhập* hoặc nhập trực tiếp vào cửa sổ đại số bằng cách nhấp phải chuột tại mỗi giá trị và chọn *Edit*. Thử các giá trị *m* và *b* sau:

m = 2

m = -3

b = 0

b = -1

Ngoài ra, bạn có thể thay đổi *m* và *b* một cách dễ dàng bằng cách sử dụng

- Các phím mũi (xem Minh họa)
- Con trượt : nhấp phải chuột tại m hoặc b và chọn *Hiện / Ẩn đối tượng* (xem Con trượt)

Bằng cách làm tương tự, chúng ta có thể kiểm tra phương trình các đường conic:

- E-lip: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1
- Hyperbol: b^2 x^2 – a^2 y^2 = a^2 b^2
- Đường tròn: (x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2

4.3 Trọng tâm của tam giác ABC

Bây giờ chúng ta sẽ bắt đầu dựng điểm trung tâm của 3 điểm bằng cách nhập các dòng sau vào khung nhập lệnh và bấm phím *Enter* sau mỗi dòng. Bạn cũng có thể sử dụng các nút trên thanh công cụ để dựng hình.

A = (-2, 1)

B = (5, 0)

C = (0, 5)

M_a = TrungDiem[B, C]

M_b = TrungDiem[A, C]

s_a = DuongThang[A, M_a]

s_b = DuongThang[B, M_b]

S = GiaoDiem[s_a, s_b]

Một cách khác, bạn có thể tính toán trọng tâm trực tiếp theo công thức S1 = (A + B + C) / 3 và dùng lệnh QuanHe[S, S1]để so sánh kết quả.

Sau đó, chúng ta có thể thử xem liệu S = S1 có còn đúng với các vị trí A, B, C khác. Sử dụng nút *Di chuyển* và dùng chuột để kéo các điểm.

4.4 Chia đoạn thẳng AB theo tỉ lệ 7:3

Vì GeoGebra cho phép chúng ta tính toán với vec-tơ, cho nên đây là một việc dễ dàng. Nhập các dòng sau vào khung nhập lệnh và bấm phím *Enter* sau mỗi dòng

A = (-2, 1)

B = (3, 3)

s = DoanThang[A, B]

T = A + 7/10 (B - A)

Cách khác:

A = (-2, 1)

B = (3, 3)

s = DoanThang[A, B]

v = Vecto[A, B]

T = A + 7/10 v

Trong bước kế tiếp, chúng ta sẽ tìm hiểu về số t, vd: bằng cách sử dụng *Con trượt* và định nghĩa lại điểm T là T = A + t v (xem Định nghĩa lại). Với việc thay đổi t, bạn có thể thấy điểm T di chuyển dọc theo một đường thẳng, đường thẳng này được biểu diễn bằng phương trình tham số (xem Đường thẳng): g: X = T + s v

Trong bước kế tiếp, chúng ta sẽ tìm hiểu về số *t*, ví dụ, định nghĩa điểm *T* là T = A + t v (xem Định nghĩa lại) và sử dụng một Con trượt. Với việc thay đổi giá trị *t* bạn sẽ thấy điểm T di chuyển dọc theo một đường thẳng (đường thẳng này có phương trình tham số (xem Đường thẳng):: X = T + s v)

4.5 Hệ phương trình tuyến tính theo hai biến x, y

Hai phương trình tuyến tính theo x và y được xem như là hai đường thẳng. Nghiệm của hệ là giao điểm của hai đường thẳng. Nhập các dòng sau vào khung nhập và ấn *Enter* sau mỗi dòng.

g: 3x + 4y = 12

h: y = 2x - 8

S = GiaoDiem[g, h]

Để thay đổi hệphương trình, nhấp phải chuột vào phương trình và chọn *Chỉnh sửa*, Bạn có thể dùng chuột kéo đường thẳng bằng công *Di chuyển* hoặc xoay chúng quanh một điểm bằng *Xoay đối tượng quanh 1 điểm*.

4.6 Tiếp tuyến của hàm số f(x)

GeoGebra cung cấp một lệnh để tìm tiếp tuyến của hàm *f(x)* tại *x = a*. Nhập các dòng sau vào khung nhập lệnh và bấm *Enter* sau mỗi.

a = 3

f(x) = 2 sin(x)

t = TiepTuyen[a, f]

Khi ta cho số a thay đổi liên tục (xem Minh họa), đường tiếp tuyến sẽ trượt dọc theo đồ thị của f.

Một cách khác để tìm tiếp tuyến của hàm f tại điểm *T* thuộc hàm *f*.

a = 3

f(x) = 2 sin(x)

T = (a, f(a))

t: X = T + s (1, f'(a))

Bên cạnh đó, bạn cũng có thể vẽ tiếp tuyến của hàm số bằng phương pháp hình học:

- Chọn nút *Điểm mới* và nhấp chuột lên đồ thị của hàm số *f* để vẽ điểm A thuộc hàm *f*.
- Chọn nút *Tiếp tuyến* và nhấp chuột lần lượt lên hàm *f* và điểm *A*.

Bây giờ, chọn *Di chuyển* và dùng chuột kéo điểm *A* dọc theo hàm số. Theo cách này, bạn có thể quan sát thấy được tiếp tuyến cũng chuyển động theo.

4.7 Tính toán với hàm đa thức

Với GeoGebra, bạn có thể tìm nghiệm, cực trị, điểm uốn của hàm đa thức. Nhập các dòng sau vào khung nhập lệnh và bấm *Enter* sau mỗi dòng.

f(x) = x^3 - 3 x^2 + 1

R = Nghiem[f]

E = CucTri[f]

I = DiemUon[f]

Chọn nút *Di chuyển* và dùng chuột kéo hàm số f. Bây giờ, bạn có thể di chuyển đồ thị hàm số *f* với chuột. Trong phần này, có thể tính đạo hàm cấp 1 và đạo hàm cấp 2. Nhập các dòng sau vào khung nhập và ấn *Enter* sau mỗi dòng.

DaoHam[f]

DaoHam[f, 2]

4.8 Tích phân

Để tính tích phân, GeoGebra dùng chức năng phân hoạch hàm số. Nhập các dòng sau vào khung nhập và ấn *Enter* sau mỗi dòng.

f(x) = x^2/4 + 2

a = 0

b = 2

n = 5

L = PhanHoachDuoi[f, a, b, n]

U = PhanHoachTren[f, a, b, n]

Thay đổi các giá trị *a*, *b*, và *n* (xem Minh họa; xem *Con trượt*) bạn có thể thấy được ảnh hưởng của các tham sô này trong việc phân hoạch. Để thay đổi *n*, bạn có thể nhấp phải chuột vào số *n* và chọn *Thuộc tính*.

Có thể tính tích phân xác định bằng lệnh TichPhan[f, a, b], và tìm nguyên hàm *F* bằng lệnh F = TichPhan[f].